# 第八单元 解析几何

## 基础课42 直线的方程

### 课时评价·提能

#### 基础巩固练

1. [2024·开封模拟]已知直线的一个方向向量为，且经过点，则直线的方程为（ D ）.

A. B. C. D.

[解析]因为直线 的一个方向向量为，所以直线 的斜率.又直线 经过点，所以直线 的方程为，即.故选.

2. 直线的倾斜角是（ A ）.

A. B. C. D.

[解析]设直线的倾斜角为 ，则直线的斜率.

因为 ，所以 .故选.

3. （改编）已知直线过，两点，且倾斜角为 ，则（ C ）.

A. B. 1 C. D.

[解析]因为直线过，两点，且倾斜角为 ，

所以 ，解得,所以.故选.

4. （原创）已知直线的斜率为，则直线一定不经过第（ B ）象限.

A. 一 B. 二 C. 三 D. 四

[解析]因为，所以直线 的斜率 的取值范围为，

所以，，

所以，,所以直线 一定不经过第二象限.故选.

5. 下列说法正确的是（ D ）.

A. 倾斜角为的直线只有1条

B. 任意直线的一般式方程都可以化为斜截式

C. 过，两点的直线方程为

D. 经过点且在轴和轴上的截距都相等的直线方程为或

[解析]对于，倾斜角为 的直线有无数条，故 错误；

对于，形如 的直线不能化为斜截式，故 错误；

对于，当，时，过，两点的直线方程为，故 错误；

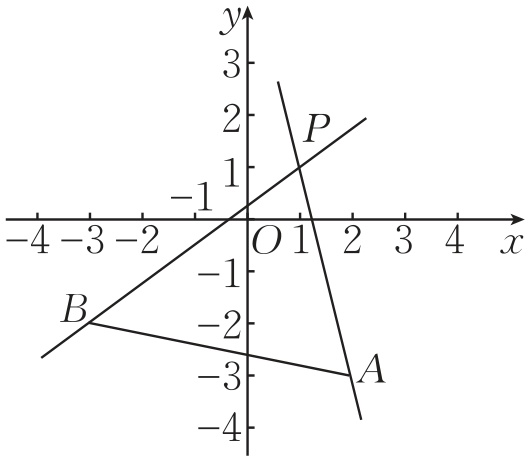
对于，经过点 且在 轴和 轴上的截距都相等的直线方程为 或，故 正确.故选.

6. 设点，，若直线（不垂直于轴）过点且与线段相交，则直线的斜率的取值范围是（ A ）.

A. , B. ,,

C. , D. ,

[解析]如图所示，依题意，,，



若直线 过点 且与线段 相交，则 或.故选.

7. [2024·金昌模拟]已知直线的倾斜角为 ，直线的倾斜角为 ，且直线在轴上的截距为3，则直线的一般式方程为（ B ）.

A. B. C. D.

[解析]因为直线 的倾斜角为 ，斜率为，所以.

因为直线 的倾斜角为 ，所以直线 的斜率为.

又直线 在 轴上的截距为3，所以直线 的方程为，即.故选.

8. [2024·南阳模拟]若直线，，的斜率分别为2，1，，倾斜角分别为 ， ， ，则（ B ）.

A. B. C. D.

[解析]由于,,，

由正切函数图象的性质可知，当,时，为增函数，且，

由，可知.

当,时，为增函数，且，

因为，所以，所以 .故选.

#### 综合提升练

9. [2024·辽源联考]（多选题）下列四个说法正确的是（ CD ）.

A. 直线在轴上的截距为

B. 经过定点的直线都可以用方程表示

C. 直线过定点

D. 已知直线与直线平行，则平行线间的距离是

[解析]对于，直线 在 轴上的截距为2，故 错误；

对于，经过定点 且垂直于 轴的直线的方程为，故 错误；

对于，对于直线方程，由 可得 所以直线 过定点，故 正确；

对于，若直线 与直线 平行，则，解得，故两直线方程分别为，，则两平行直线间的距离，故 正确.

故选.

10. （多选题）已知直线，则下列说法正确的是（ BD ）.

A. 直线的倾斜角是

B. 无论 如何变化，直线不过原点

C. 直线的斜率一定存在

D. 当直线和两坐标轴都相交时，它和坐标轴围成的三角形的面积不小于1

[解析]直线倾斜角的取值范围为，而，故 错误；

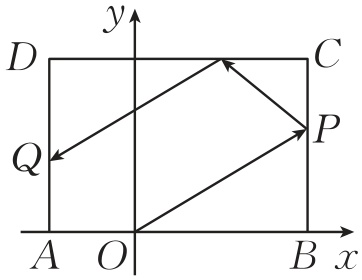
当 时，，所以直线必不过原点，故 正确；

当 时，直线斜率不存在，故 错误；

当直线和两坐标轴都相交时，它和坐标轴围成的三角形的面积为

，故 正确.故选.

11. [2024·北京统考]如图，矩形的边与轴重合，，.从原点射出的光线经反射到上，再经反射到上的点处.若直线的斜率为，则点的纵坐标为  .



[解析]若直线 的斜率为，矩形 的边 与 轴重合，，，则 为 的中点，

所以反射光线经过 与 轴的交点坐标为.

设，则，解得，

所以点 的纵坐标为.

12. 已知直线，若直线在两坐标轴上的截距相等，则实数的值为  或  .

[解析]因为直线 在两坐标轴上的截距相等，所以.

在 中，令，得，令，得.

依题意可得，即，

解得 或.

#### 应用情境练

13. （双空题）莱昂哈德·欧拉于1765年在他的著作《三角形的几何学》中首次提出定理：三角形的重心、垂心和外心共线.后来人们称这条直线为该三角形的欧拉线.已知的三个顶点的坐标分别是，，，则的垂心坐标为，,的欧拉线方程为  .

[解析]由,,，可知 边上的高所在直线为.

又，所以 边上的高所在直线的斜率为，

所以 边上的高所在直线为，即，

所以 所以 的垂心坐标为，.

由重心坐标公式可得 的重心坐标为，，，

所以 的欧拉线方程为，化简得.

14. [2024·深圳模拟]已知直线，直线分别与轴的正半轴、轴的正半轴交于，两点.

（1）证明：直线过定点.

（2）已知点，当的值最小时，求实数的值.

[解析]（1）已知直线，

则，

由 解得 即直线 过定点.

（2）设直线 的方程为,,，则,，

又直线 过定点，所以.

又点，所以，

当且仅当，即,时取等号，

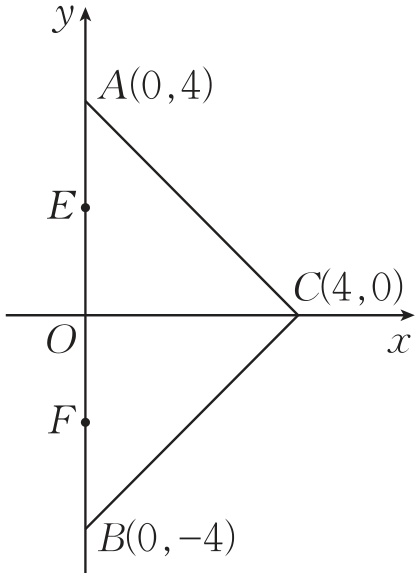
所以直线 的方程为，

所以直线 过点，即，

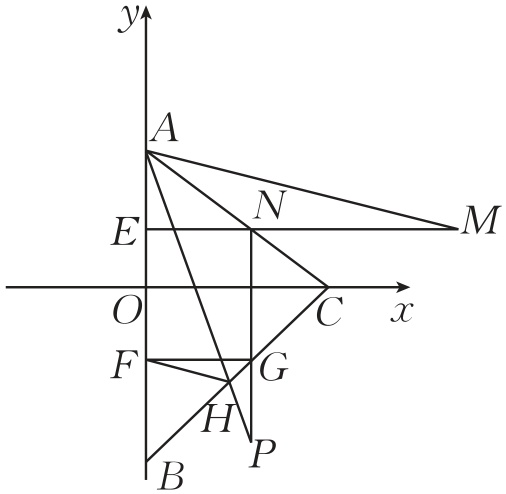
解得.

#### 创新拓展练

15. [2024·淄博联考]已知，，，，，一束光线从点出发射到上的点经反射后，再经反射，落到线段上（不含端点），则直线斜率的取值范围是,.



[解析]由题意可知,直线 的方程为，直线 的方程为，如图所示.



设 关于直线 的对称点为，则

解得 故.

同理,可求得 关于直线 的对称点为,

连接,,交 于点，

而直线 的方程为,联立 得点 的坐标为，

连接,，分别交 于点,,

则直线 的方程为，与直线 的方程 联立，

解得点 的坐标为，,

直线 的方程为,和直线 的方程 联立，解得点 的坐标为.

连接,,则,之间即动点 的运动范围，

而,,

故直线 斜率的取值范围是,.

16. [2024·南通模拟]已知一条动直线，直线过动直线的定点，且直线与轴、轴的正半轴分别交于，两点，为坐标原点.

（1）是否存在直线满足下列条件：的周长为12；的面积为6?若存在，求出直线的方程；若不存在，请说明理由.

（2）当取得最小值时，求直线的方程.

[解析]（1）已知，即，

由 解得 故动直线过定点,.

设直线 的方程为，

将,代入直线 的方程得. ①

由，，的周长为12，面积为6，

得

令，则，

所以，即，

化简得，解得，

所以 解得 或

其中 不满足①，满足①.

所以存在直线，且直线 的方程为，即 满足条件.

（2）由（1）可知直线 过定点,，直线 与 轴、轴的正半轴分别交于，两点，所以直线 的倾斜角,，

所以，，

所以，

令，

因为,，所以,，所以,，

所以，

则.

因为 在 上为减函数，

所以 在 上为增函数，

所以当，即 时，取得最小值，最小值为，

此时直线 的方程为，即.